

**Pismeni dio ispita iz Matematike, 18.06.2012.**

**GRUPA A**

1. Dokazati metodom potpune matematičke indukcije tvrdnju  $\sum_{i=1}^{n-1} i!i = n! - 1$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ ).
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik  $y = x^2(1 + \ln x)$ .
3. Izračunati integral  $\int x^8 \cdot e^{x^3} dx$ .
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu  $(8y^2 - 12y + 2)y' = x(y^3 - 2y^2 + y) - 2x$ .

**GRUPA B**

1. Naći sve vrijednosti izraza  $\sqrt{z}$  (ima ih 4) ako je  $z = (1+i)\sqrt{\sqrt{3}+i}$ .
2. Ispitati funkciju  $y = \frac{x^4 - x^2 + 4}{x^2 - 1}$  bez analize znaka drugog izvoda i nacrtati joj grafik.
3. Izračunati integral  $\int \frac{xdx}{(x^2 + 5x + 6)^2}$ .
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu  $x - y - 1 - (y - x + 3)y' = 0$ .

**GRUPA C**

1. Riješiti sistem jednačina
$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 &= 2 \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 &= 3 \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 &= 9 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 &= 1 \end{aligned}$$
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik  $y = xe^{\frac{2}{x^2}}$ .
3. Izračunati pomoću određenog integrala površinu četverougla ABCD, ako je  $A(1,1), B(3,1), C(4,2), D(2,3)$ .
4. Naći ekstreme funkcije  $z = 3 \ln \frac{x}{6} + 2 \ln y + \ln(12 - x - y)$ .

**GRUPA D**

1. Riješiti matricnu jednačinu  $FXT = R$ , ako su poznate matrice

$$F = \begin{bmatrix} 9 & 7 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 18 & 12 & 9 \\ 23 & 15 & 11 \end{bmatrix}.$$

2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik  $y = \frac{x^3 - 12x + 16}{3x^3}$ .
3. Izračunati integral  $\int \frac{dx}{x\sqrt{3x^2 - 2x}}$  smjenom  $x = \frac{1}{t}$ .
4. Naći uslovne ekstreme funkcije  $z = xy$ , ako je  $4x^2 + y^2 = 1$ .